

補助事業番号 2018M-137

補助事業名 平成30年度 非整数階微分を用いて表される粘弾性要素を含む振動系の
高速・高精度な確率論的応答解析手法の開発 補助事業

補助事業者名 東京工業大学 工学院 システム制御系 中尾研究室 助教 土田崇弘

1 研究の概要

非整数階微分を用いて表される粘弾性要素を含む振動系を対象として、その系の不規則励振に対する応答を簡便に評価可能な新しい確率論的応答解析手法を開発した。本解析手法では、モーメント方程式と呼ばれる手法を用いた。モーメント方程式は、不規則振動系の応答統計量の支配方程式であり、整数階微分のみで構成される従来の系の不規則応答解析では最もよく用いられる手法の1つである。本研究では、非整数階微分を含む系に対応するモーメント方程式を新たに導出し、対象系の高速・高精度な応答解析手法を実現した。

2 研究の目的と背景

地震動や風荷重に代表される不規則励振を受ける機械や構造物の制振・免震のため、粘弾性体が広く用いられているが、その動特性は非整数階微分(0.5階微分など)を用いて非常に良くモデル化できることが知られている。このような粘弾性要素を含む系、即ち非整数階微分を用いて表される系の不規則励振に対する応答を求める際、現在は一般にモンテカルロ・シミュレーションが用いられている。しかし、この方法は、非整数階微分項の数値計算の煩雑さにより、著しく高い計算コストを要するため、より効率的な新しい応答評価手法の開発が求められている。

上記のような背景を受け、本研究では以下の事項を目的とした。

1. 非整数階微分を用いて表される粘弾性要素を含む振動系を対象に、その系の不規則励振に対する応答を簡便に評価可能な新しい確率論的応答解析手法を開発する。
2. 従来の一般的な応答評価手法であるモンテカルロ・シミュレーションに比べ、計算コストが十分低く、高速に解が得られる解析手法を目指す。
3. 解析結果を例えば制振・免震粘弾性ダンパーやそれらが取り付けられた機械・構造物の信頼性設計に有効活用できるよう、高速なだけでなく、正確な解が得られる手法であることも目標とする。

3 研究内容

◆ 応答解析手法の開発 (<http://www.k.sc.e.titech.ac.jp/img/jka2018M-137.pdf>)

- ・対象とする系：従来の粘性減衰項が変位の非整数階微分に比例する粘弾性減衰項に置き換えられた1自由度線形系

← 粘弾性ダンパーをもつ機械・構造物の物理モデル

- ・対象とする不規則励振：任意のパワースペクトルを有する定常非白色ガウス確率過程
 - ← 実在する様々な不規則励振（強地震動や波浪など）をモデル化可能

上記の不規則振動系を対象に、モーメント方程式を用いた確率論的応答解析手法の開発を行った。モーメント方程式は不規則振動系の応答統計モーメントの支配方程式であり、整数階微分のみで構成される従来の系の不規則応答解析において最もよく用いられる手法の1つである。

具体的には以下の項目を実施した。

[1] 非整数階微積分に関する必要知識の修得，モーメント方程式導出の準備

非整数階微分を含む系に対しては、整数階微分のみで構成される従来の系のためのモーメント方程式を用いることはできない。非整数階微分を含む系に対応するモーメント方程式は先行研究で導出されていなかったため、本研究で新たに導出する必要があった。まず、次の項目[2]で行うモーメント方程式の導出時に必要となる非整数階微積分についての知識を修得した。そして、その知識をもとにして、モーメント方程式を導出する方法を検討した。

[2] 非整数階微分を含む系に適用可能なモーメント方程式の導出

粘弾性材料のための非整数階微分モデルとして最もよく用いられている0.5階微分要素を含む系を対象とし、初めに、系の運動方程式を非整数階微分によって表される状態方程式に書き換えた。次に、項目[1]で修得した非整数階微分の公式を用いることと、および1階微分を0.5階微分×2とみなして計算を進めることにより、状態方程式からモーメント方程式を導くことに成功した（図1）。

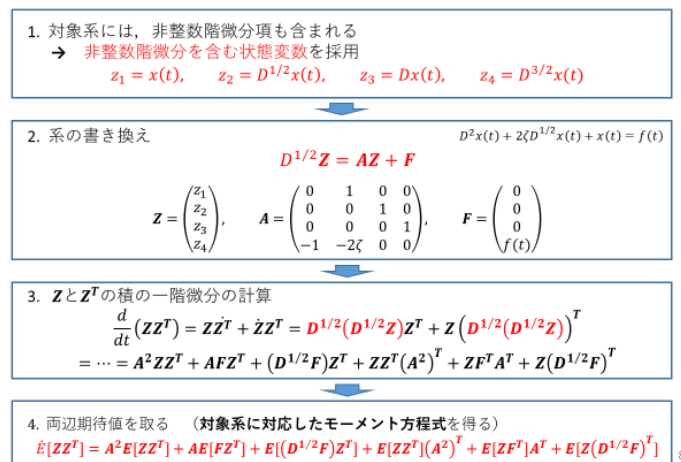


図1 モーメント方程式導出の手順

[3] 励振と応答の結合モーメントの計算方法の開発

項目 [2] で導いたモーメント方程式中に含まれる励振と応答の結合モーメントを評価する必要がある。これについて、項目 [1] で修得した知識を活用した計算方法を新たに開発した (図 2)。これにより、所望のモーメント方程式を得ることができた。このモーメント方程式を解くことで、応答の統計モーメントを求めることができる。

[4] 解析手法の手順の整理

項目 [2]・[3]で行った解析内容を改めて整理・手順化し、一つの解析手法としてまとめた。

[5] 開発した手法の妥当性検証

粘弾性要素を含む様々な振動系に応用可能な手法を完成させるために、実在する粘弾性ダンパーと不規則励振(強地震動など)の特性を参照して、系と励振に関する実際的な解析条件を10通り設定した。そして、それぞれの解析条件において、項目 [4] までに開発した解析手法を用いて応答の統計モーメントを求めた。その解析結果を従来の一般的な手法であるモンテカルロ・シミュレーションの結果と比較し、開発した手法が事前に設定した目標値を満たしているか否かを調べ、計算時間と解析精度の両面から手法の有効性を検証した (図 3)。いずれの解析条件においても、目標値をクリアしていることを確認し、解析手法の開発が完了した。

$$E[z_1(t)D^{1/2}f(t)] = \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\Gamma(1/2)} \frac{E\left[x(t) \frac{d}{ds} f(s+t)\right]}{(0-s)^{1/2}} ds$$

$$= \left(\int_{-\infty}^{\tau} \frac{1}{\Gamma(1/2)} \frac{d}{ds} R_{xf}(s) ds \right) \Bigg|_{\tau=0}$$

$$= -\infty D^{1/2} R_{xf}(\tau) \Big|_{\tau=0}$$

入力と応答の相互相関関数の非整数階微分で表現できる

その他の相互相関項

$$E[z_1 f] = R_{xf}(\tau) \Big|_{\tau=0}$$

$$E[z_2 f] = -\infty D^{1/2} R_{fx}(\tau) \Big|_{\tau=0}$$

$$E[z_3 f] = E[f z_3] = R_{fx}(\tau) \Big|_{\tau=0}$$

$$E[f z_4] = -\infty D^{1/2} R_{fx}(\tau) \Big|_{\tau=0}$$

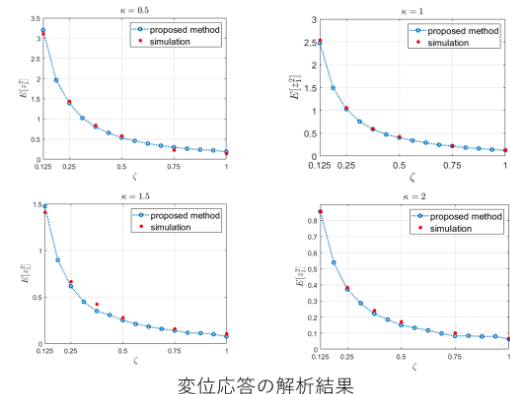
$$E[z_3 D^{1/2} f] = -\infty D^{1/2} R_{xf}(\tau) \Big|_{\tau=0}$$

$$E[z_2 (D^{1/2} f)] = \iint_{-\infty}^0 \frac{1}{\Gamma(1/2)^2 (su)^{1/2}} (-D^2 R_{xf}(s-u)) ds du$$

$$E[(D^{1/2} f) z_4] = \iint_{-\infty}^0 \frac{1}{\Gamma(1/2)^2 (su)^{1/2}} (D^2 R_{fx}(s-u)) ds du$$

図2 結合モーメントの計算法

Case2. 応答の二次モーメント



変位応答の解析結果

図3 解析結果とシミュレーション結果の比較

4 本研究が実社会にどう活かされるか一展望

本研究成果により、過大な計算コストを要するモンテカルロ・シミュレーションを行わずとも、不規則励振を受ける非整数階微分を含む系の応答統計量を簡便かつ正確に求められるようになった。これにより、本応答解析手法が、近年増えつつある非整数階微分を用いた粘弾性要素

のモデル化と、そのモデルを利用した精緻で合理的な機械・構造物の信頼性設計をつなぐ橋渡しとして貢献できると考える。

5 教歴・研究歴の流れにおける今回研究の位置づけ

補助事業者はこれまでも、様々な工学分野に見られる不規則励振を受ける振動系の応答・信頼性解析の研究に従事してきた。そして、不規則振動系の解析手法の開発およびその手法を利用した系の不規則応答特性の調査を行ってきた。

本研究では新たに、近年注目されつつある非整数階微分を用いてモデル化される振動系を対象とし、従来研究でも用いてきたモーメント方程式による解析手法をさらに発展させることで、従来手法の問題点を克服する画期的な解析手法を創出した。

本研究をきっかけとして、今後は、1. さらに複雑な非整数階微分を含む系(多自由度・非線形性を含むなど)への解析手法の拡張、ならびに2. 未だ不明な点の多い非整数階微分系の不規則振動特性の解明へ向けて、精力的に研究を進めていきたい。

6 本研究にかかわる知財・発表論文等

高西 顕太郎, 土田 崇弘, 非白色性不規則励振を受ける非整数階微分項を含む一自由度線形系のモーメント方程式を用いた応答解析, 日本機械学会 関東支部第25期総会・講演会講演論文集, p. 19G18, 2019.

7 補助事業に係る成果物

(1) 補助事業により作成したもの

研究室ホームページ (<http://www.k.sc.e.titech.ac.jp/img/jka2018M-137.pdf>)に、本研究の成果をまとめた資料を公開した。

(2) (1)以外で当事業において作成したもの

該当なし

8 事業内容についての問い合わせ先

所属機関名: 東京工業大学 工学院(トウキョウコウギョウダイガク コウガクイン)

住 所: 〒152-8552

東京都目黒区大岡山2-12-1 W8-16

担 当 者: 助教 土田 崇弘(ツチダ タカヒロ)

担 当 部 署: システム制御系(システムセイギョケイ)

E - m a i l: ttsuchida@sc.e.titech.ac.jp

U R L: <http://www.k.sc.e.titech.ac.jp/index.html>